I

UNIVERSITE D'ANGERS
ENSEMBLE SCIENTIFIQUE

Master de Mathématiques 1ère année.

Analyse numérique année 2010-11.

TP : Méthodes numériques pour les équations différentielles.

On se propose de programmer une méthode **à deux pas** fondée sur le même principe que la méthode d'Euler modifiée pour une équation différentielle scalaire $y' = f(t, y)$: on va prendre comme approximation de la pente de la corde joignant les points d'abscisses t_n et t_{n+2}, la dérivée en t_{n+1}.

Cette dernière pente elle même n'est pas connue et on l'évalue de façon approchée par la méthode d'Euler. Vérifier que cette description consiste à proposee le schéma:

$y(i+2) = y(i) + 2 * hf(t_{i+1}, y(i+1))$, initialisé par $y(1) = a$, et $y(2) = a + h * f(t_1, y_1)$

1) On se place dans le cas de l'équation $y' = -y$, et d'un pas constant h, avec $t_1 = 0$, et $t_i = (i-1) * h$. Ecrire la fonction qui donne les vecteurs t et y, de longueur n en fonction du nombre de pas n, de la condition initiale a, et du pas h.

Tracer le graphe de la solution approchée en faisant un $plot(t, y)$

2) Que constatez vous pour $h = 0.1$ et les valeurs de $n = 20, 30, \cdots, 70$? Même expérience avec $h = 0.01$, et h de 100 à 700.

3) Calculer explicitement la suite récurrente $y(i)$, et donner une explication du phénomène d'instabilité observé dans la question précédente en fournissant avec une évaluation du nombre de pas à partir duquel la divergence devient visible.